

# Ondas Gravitacionais num Cenário de Gravitação Quântica

Eunice Bezerra

Orientador: Dr. Oswaldo Duarte Miranda

INPE

03 de maio de 2016

# Sumário

- Introdução
- A Relatividade Geral
- Formalismo de *vielbein*
- Tratamento canônico da gravitação

# Introdução

- As quatro forças fundamentais ;
- A quantização da gravidade ;
- Baseado em Martins, G. (2009) ;

# A Relatividade Geral

- A gravitação como teoria de campo;
- Limite de campo fraco ( $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$  como  $|h_{\mu\nu}| \ll 1$ ) e baixas velocidades;
- Equação de Campo de Einstein

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$$

- A ação de Einstein-Hilbert

$$S = \int d^n x \sqrt{-g} R$$

## Transformação de difeomorfismo

- $\phi : \mathcal{M} \rightarrow \mathcal{N}$  é considerado uma transformação de difeomorfismo se  $\mathcal{M}$  é isomórfica à  $\mathcal{N}$ , de modo que  $\mathcal{M}$  e  $\mathcal{N}$  representam o mesmo espaço-tempo ;
- A gravidade é descrita pelo par  $(\mathcal{M}, g_{\mu\nu})$  ;
- Não afetam medidas de distância e ângulos no espaço-tempo ;

## Solução para a equação de Einstein de campo fraco

- $\delta_{diff} g_{\mu\nu} \equiv \mathcal{L}_\xi g_{\mu\nu} = \mathcal{L}_\xi(\eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}) = \mathcal{L}_\xi h_{\mu\nu}$
- $\square h_{\mu\nu} \simeq 0$
- A RG prevê a existência de ondas gravitacionais.
- Uma abordagem linearizada da gravidade se aproxima das teoria de *gauge*.

# Formalismo de Vielbein

- Tratamento da gravitação como teoria tipo *gauge* ;
- $g : \mathcal{T}_p\mathcal{M} \times \mathcal{T}_p\mathcal{M} \longrightarrow \mathbb{R}$
- A conexão de *spin*  $\omega$  e o *dreibein* e seriam os campos dinâmicos da teoria ;
- A projeção  $\pi : \mathcal{TM} \rightarrow \mathcal{M}$  define o mapeamento do espaço total  $\mathcal{TM}$  no espaço base  $\mathcal{M}$  ;
- Trabalha-se a RG no feixe tangente  $\mathcal{TM}$  ;
- A ideia é tornar o espaço-tempo o mais trivial possível ;
- $e : \mathcal{TM} \rightarrow \mathcal{M} \times \mathbb{R}^n$

## Dreibein

$$e_I = e_I^\mu(x) \partial_\mu \quad e^I = e^I_\mu(x) dx^\mu$$

$$e_I \cdot e_J := g_{\mu\nu} e_I^\mu e_J^\nu = \eta_{IJ} \quad e^I(e_J) = \delta^I_J$$

$$g(v, w) = \eta(e(v), e(w))$$

## Conexão de spin

$$\omega_I^J = \omega_{I\mu}^J dx^\mu$$

$$\omega_{IJ} = -\omega_{JI}$$

## Formulação de Palatini

Os campos dinâmicos são a métrica e o símbolo de Christoffel.

## Formulação de vielbein

Os campos dinâmicos são o *dreibein* e a conexão de spin.

## A ação

- Princípios de simetria ;

$$S = -2\kappa \int_{\mathcal{M}} \text{tr}(e \wedge R)$$

- Equação de movimento.



- A condição de torção nula

$$T^I = e^I_\rho (\Gamma_{\lambda\nu}^\rho - \Gamma_{\nu\lambda}^\rho) \doteq 0$$

- A metricidade,  $\nabla_\lambda g_{\mu\nu} = 0$ , nos permite escrever a conexão de *spin* em termos da *dreibein* e suas derivadas;
- Teoria topológica : campos que podem ser localmente nulos;
- Para valores específicos de  $i_\xi \omega$  e  $i_\xi e$ , temos

$$\delta_{diff} = -\delta + \delta_{top}$$

# Tratamento Canônico da Gravitação

## Teorias Vínculadas - O Método de Dirac

- O Hamiltoniano

$$H = H_c + u^\alpha \psi_\alpha$$

- O algoritmo de Dirac-Bergmann
  - Condição de consistência

$$\{\psi_\alpha, H_c\} + \sum_{\beta=1}^M u^\beta \{\psi_\alpha, \psi_\beta\} \approx 0$$

- Três soluções

$$\{\chi_m, H_c\} + \sum_{n=1}^M u^n \Delta_{mn} \approx 0 \quad \Delta_{mn} \equiv \{\chi_m, \chi_n\}$$

- Vínculos de primeira e segunda classe

$$H = H_0 + u^a \varphi_a$$

- Tratamento canônico semelhante ao do eletromagnetismo ;

## Formulação Canônica da Relatividade Geral

- Teoria de Covariância Geral ;
- O hiperespaço ;
- A princípio estamos trocando a métrica  $g_{\mu\nu}$  pelo conjunto de campos  $\{q_{ab}, N^a, N\}$
- $t^\mu = Nn^\nu + N^a e_a^\mu$

## O Hamiltoniano da teoria

- $\mathcal{S} = \int d^n x \sqrt{-g} R$
- $\mathcal{S} = \int_{\mathbb{R}} dt \int_{\Sigma} d^{n-1} x \sqrt{q} N (\bar{R} - K^2 + \vec{K} \cdot \vec{K})$
- $H_T = H_c + \int_{\Sigma} (u_1^a \Pi_a + u_2 \Pi_N)$
- $H_c = \int_{\Sigma} (NS + N_a V^a)$

- A ausência de evolução temporal não impede a existência de dinâmica ;
- As variáveis de Ashtekar ;
- A formulação canônica da gravitação - formalismo de *dreibein*.

# Considerações Finais

- E as ondas gravitacionais?

*Obrigada pela atenção!*

*Perguntas ?*